SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề thi: 03

(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA HỌC KỲ I LỚP 12 THPT VÀ GDTX
NĂM HỌC 2020-2021
Môn Toán (đề chính thức)

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên:.................................. **Số báo danh:**.............. **Trường, trung tâm:**.......

Câu 01. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty\,;\,+\infty)$?

A. $y=-x^2$. B. $y=1-x^4$. C. $y=\dfrac{1}{x+2}$. D. $y=3-x^3$.

Câu 02. Số đỉnh và số cạnh của một khối bát diện đều lần lượt bằng

A. 6 và 12. B. 6 và 8. C. 8 và 12. D. 8 và 16.

Câu 03. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ $(0<a\in\mathbb{R})$ là

A. $4\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $6\pi a^3$. D. $18\pi a^3$.

Câu 04. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ trên $[0\,;\,1]$ lần lượt bằng

A. -3 và -1. B. -1 và -3. C. -1 và 3. D. 1 và -3.

Câu 05. Cho số thực dương $a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $a^{\log_a 2}$ bằng

A. $\log_2 a$. B. $\log_a 2$. C. 2. D. a.

Câu 06. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng $6a$, đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$, $0<a\in\mathbb{R}$ là

A. $2a^3$. B. $\sqrt{3}\,a^3$. C. $2\sqrt{3}\,a^3$. D. $6\sqrt{3}\,a^3$.

Câu 07. Hai hàm số $y=(x+2)^{-3}$ và $y=x^{\frac{1}{4}}$ lần lượt có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$ và $(0\,;\,+\infty)$. B. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $[0\,;\,+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $(0\,;\,+\infty)$. D. $(0\,;\,+\infty)$ và $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 08. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(-2\,;\,2)$. B. $(0\,;\,+\infty)$. C. $(-\infty\,;\,0)$. D. $(-\infty\,;\,2)$.

Câu 09. Cho khối cầu có bán kính bằng $3a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $108\pi a^3$. B. $36\pi a^3$. C. $72\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

Câu 10. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-1}{3x+3}$ lần lượt có phương trình là

A. $y=6$ và $x=-1$. B. $y=2$ và $x=1$. C. $y=6$ và $x=3$. D. $y=2$ và $x=-1$.

Câu 11. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a\,;\,b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(x)-f'(x)=0, \forall x\in(a\,;\,b)$. B. $F'(x)-f(x)=0, \forall x\in(a\,;\,b)$.

C. $F'(x)+f(x)=0, \forall x\in(a\,;\,b)$. D. $F(x)+f'(x)=0, \forall x\in(a\,;\,b)$.

Câu 12. Cho phương trình $\log_2 x=a$, với a là tham số thực. Phương trình đã cho có tập nghiệm là

A. $\{\log_a 2\}$. B. 2^a. C. $\{2^a\}$. D. $\{\log_2 a\}$.

Câu 13. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 14. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Câu 15. Cho mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $4a,\ 4a,\ 2a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (T) bằng

Ⓐ $36\pi a^3$. Ⓑ $108\pi a^3$. Ⓒ $9\pi a^3$. Ⓓ $27\pi a^3$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, khối tứ diện $A'BCC'$ có thể tích là V_1. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{6}$. Ⓑ $\dfrac{1}{2}$. Ⓒ $\dfrac{1}{3}$. Ⓓ $\dfrac{1}{4}$.

Câu 17. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$ và $y = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 3$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 18. Nếu $(1\ ;\ 0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx$ (a, b là tham số thực) thì $a - b$ bằng

Ⓐ -1. Ⓑ 1. Ⓒ -3. Ⓓ 3.

Câu 19. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-6x} = 3$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ -3. Ⓒ -6. Ⓓ 3.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty\ ;\ +\infty)$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 7$ bằng

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Câu 21. Số tiệm cận đứng và số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$ lần lượt là

Ⓐ 1 và 1. Ⓑ 2 và 1. Ⓒ 1 và 2. Ⓓ 0 và 2.

Câu 22. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$) là

Ⓐ $36\sqrt{2}\,a^3$. Ⓑ $6\sqrt{2}\,a^3$. Ⓒ $72\sqrt{2}\,a^3$. Ⓓ $108\sqrt{2}\,a^3$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[0\,;\,1]} y + \max\limits_{[0\,;\,1]} y = 7$. Tham số thực m thuộc tập nào dưới đây?

Ⓐ $[6\ ;\ +\infty)$. Ⓑ $(-\infty\ ;\ -2)$. Ⓒ $[0\ ;\ 6)$. Ⓓ $[-2\ ;\ 0)$.

Câu 24. Tìm diện tích xung quanh của khối nón có chiều cao bằng $8a$, thể tích bằng $96\pi a^3$, với $0 < a \in \mathbb{R}$.

Ⓐ $120\pi a^2$. Ⓑ $60\pi a^2$. Ⓒ $30\pi a^2$. Ⓓ $80\pi\sqrt{7}a^2$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2 + x^2)$ là

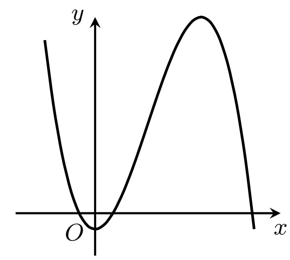
Ⓐ $y' = \dfrac{1}{(2+x^2)\ln 3}$. Ⓑ $y' = \dfrac{2x\ln 3}{2+x^2}$. Ⓒ $y' = \dfrac{2x}{(2+x^2)\ln 3}$. Ⓓ $y' = \dfrac{2x}{2+x^2}$.

Câu 26. Nếu đặt $t = \log_2 x$ (với $0 < x \in \mathbb{R}$) thì phương trình $4(\log_2 x)^2 - \log_2(8x) + 3 = 0$ trở thành phương trình nào dưới đây?

Ⓐ $4t^2 - t = 0$. Ⓑ $4t^2 + t = 0$. Ⓒ $4t^2 - t - 6 = 0$. Ⓓ $4t^2 - t + 6 = 0$.

Câu 27. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$;

với x là biến số thực; a, b, c, d là hằng số thực. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?



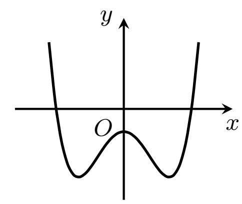
(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình bên. Hàm số $f(2-3x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

(A) $(1\ ;\ 2)$. (B) $(-\infty\ ;\ -2)$. (C) $(2\ ;\ +\infty)$. (D) $(0\ ;\ 1)$.

Câu 29. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; với x là biến số thực; a, b, c là ba hằng số thực, $a \neq 0$. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 1 = 0$ bằng



(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 4.

Câu 30. Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+m}$ đồng biến trên $(-\infty\ ;\ -2)$ là

(A) $(1\ ;\ 2)$. (B) $[2\ ;\ +\infty)$. (C) $[1\ ;\ 2)$. (D) $(1\ ;\ 2]$.

Câu 31. Số nghiệm thực của phương trình $3^x(4^x - 2^{x+2}) = 0$ bằng

(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{x^2+1}$ có phương trình là

(A) $y = 1$. (B) $y = -1$. (C) $x = 0$. (D) $y = 0$.

Câu 33. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2+3)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

(A) 8. (B) 0. (C) 6. (D) 7.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a\sqrt{2}$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 6a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $216\sqrt{3}\,a^3$. (B) $108a^3$. (C) $108\sqrt{3}\,a^3$. (D) $36\sqrt{3}\,a^3$.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[1\ ;\ 3]$ bằng 3. Tham số thực m bằng

(A) 19. (B) 3. (C) -19. (D) -10.

Câu 37. Hàm số $y = x^3 - mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi và chỉ khi giá trị của tham số thực m bằng

(A) 3. (B) -3. (C) -12. (D) 12.

Câu 38. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2+1)$ là

(A) $y' = \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$. (B) $y' = \dfrac{1}{x^2+1}$. (C) $y' = \dfrac{2x}{\ln(x^2+1)}$. (D) $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 39. Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}$ bằng

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, $SA = 2a\sqrt{2}$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

(A) a. (B) $a\sqrt{2}$. (C) $2a$. (D) $\dfrac{a}{2}$.

Câu 41. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$) là

(A) $144\pi a^2$. (B) $72\pi a^2$. (C) $18\pi a^2$. (D) $36\pi a^2$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 4a$, $SA = 2a\sqrt{2}$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $3a$. (B) a. (C) $2a$. (D) $a\sqrt{2}$.

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 - x^2) \geq 1$ là

(A) $(-\infty\,;\,1]$. (B) $(-1\,;\,1)$. (C) $[-1\,;\,1]$. (D) $[0\,;\,1]$.

Câu 44. Một hãng xe ô tô năm 2020 niêm yết giá bán xe V là 800 triệu đồng và có kế hoạch trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo kế hoạch năm 2025 hãng xe nói trên niêm yết giá bán xe V (làm tròn đến chữ số hàng triệu) là

(A) 722 triệu đồng. (B) 724 triệu đồng. (C) 723 triệu đồng. (D) 708 triệu đồng.

Câu 45. Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$ đồng biến trên $(1\,;\,+\infty)$ là

(A) $(-\infty\,;\,2)$. (B) $(-\infty\,;\,1)$. (C) $(-\infty\,;\,0]$. (D) $(-\infty\,;\,1]$.

Câu 46. Một trang trại cần xây một bể chứa nước hình hộp chữ nhật bằng gạch, không nắp (ở phía trên); biết bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và thể tích (phần chứa nước) bằng 8 m^3. Hỏi chiều cao của bể gần nhất với kết quả nào dưới đây để số lượng gạch dùng xây bể là nhỏ nhất?

(A) $1,3$ m. (B) $1,2$ m. (C) $1,1$ m. (D) $1,8$ m.

Câu 47. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD bằng

(A) $9\pi a^2$. (B) $12\sqrt{3}\,\pi a^2$. (C) $12\pi a^2$. (D) $9\sqrt{3}\,\pi a^2$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x+2) - 1|$ bằng

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

(A) 4. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Câu 49. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m^2 - 2m)x$ có cực tiểu là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2 + (m^3 - m)x \geq m\ln(x^2 + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x?

(A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

—— **HẾT** ——

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề thi: 03

(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA HỌC KỲ I LỚP 12 THPT VÀ GDTX

NĂM HỌC 2020-2021

Môn Toán (đề chính thức)

Thời gian làm bài: 90 phút

KẾT QUẢ CHỌN PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

01. D
02. A
03. B
04. B
05. C
06. C
07. C
08. C
09. B
10. D
11. B
12. C
13. D
14. C
15. A
16. C
17. C
18. C
19. A
20. A
21. A
22. A
23. C
24. B
25. C
26. A
27. A
28. C
29. A
30. D
31. D
32. D
33. D
34. A
35. C
36. A
37. A
38. D
39. B
40. A
41. B
42. C
43. C
44. C
45. D
46. B
47. A
48. B
49. A
50. A

HƯỚNG DẪN TÌM PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

Câu 01. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty\ ;\ +\infty)$?

A. $y = -x^2$. B. $y = 1 - x^4$. C. $y = \dfrac{1}{x+2}$. D. $y = 3 - x^3$.

Lời giải. Đáp án đúng D. Hàm số $y = 3 - x^3$ xác định trên $\mathbb{R}$ có $y' = -3x^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Nên hàm số $y = 3 - x^3$ nghịch biến trên $(-\infty\ ;\ +\infty)$.
Tương tự kiểm tra ba hàm số còn lại đều không thỏa mãn. □

Câu 02. Số đỉnh và số cạnh của một khối bát diện đều lần lượt bằng

A. 6 và 12. B. 6 và 8. C. 8 và 12. D. 8 và 16.

Lời giải. Đáp án đúng A. Một khối bát diện đều có 6 đỉnh và 12 cạnh. □

Câu 03. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ $(0 < a \in \mathbb{R})$ là

A. $4\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $6\pi a^3$. D. $18\pi a^3$.

Lời giải. Đáp án đúng B. Vì khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ nên có thể tích là $\pi(2a)^2.3a = 12\pi a^3$. □

Câu 04. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ trên $[0\ ;\ 1]$ lần lượt bằng

A. -3 và -1. B. -1 và -3. C. -1 và 3. D. 1 và -3.

Lời giải. Đáp án đúng B. Hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ liên tục trên $D = [0\ ;\ 1]$.

$y' = \dfrac{4}{(x+1)^2} > 0$, $\forall x \in D$.

Mà $y(0) = -3$ và $y(1) = -1$.

Vậy $\max\limits_{D} y = -1$, $\min\limits_{D} y = -3$. □

Câu 05. Cho số thực dương $a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $a^{\log_a 2}$ bằng

A. $\log_2 a$. B. $\log_a 2$. C. 2. D. a.

Lời giải. Đáp án đúng C. Vì $0 < a \neq 1$ nên $a^{\log_a 2} = 2$. □

Câu 06. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng $6a$, đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$, $0 < a \in \mathbb{R}$ là

A. $2a^3$.
B. $\sqrt{3}\,a^3$.
C. $2\sqrt{3}\,a^3$.
D. $6\sqrt{3}\,a^3$.

Lời giải. Đáp án đúng C. Vì đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$ nên có diện tích bằng $\dfrac{\sqrt{3}\,(2a)^2}{4}=\sqrt{3}\,a^2$.
Thể tích của khối chóp đã cho bằng $\dfrac{1}{3}\cdot 6a.\sqrt{3}\,a^2=2\sqrt{3}\,a^3$. □

Câu 07. Hai hàm số $y=(x+2)^{-3}$ và $y=x^{\frac{1}{4}}$ lần lượt có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$ và $(0\,;+\infty)$.
B. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $[0\,;+\infty)$.
C. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $(0\,;+\infty)$.
D. $(0\,;+\infty)$ và $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Lời giải. Đáp án đúng C. Hàm số $y=(x+2)^{-3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
Hàm số $y=x^{\frac{1}{4}}$ có tập xác định là $(0\,;+\infty)$. □

Câu 08. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(-2\,;\,2)$.
B. $(0\,;+\infty)$.
C. $(-\infty\,;\,0)$.
D. $(-\infty\,;\,2)$.

Lời giải. Đáp án đúng C. Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty\,;\,0)$. □

Câu 09. Cho khối cầu có bán kính bằng $3a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $108\pi a^3$.
B. $36\pi a^3$.
C. $72\pi a^3$.
D. $9\pi a^3$.

Lời giải. Đáp án đúng B. Vì khối cầu đã cho có bán kính bằng $3a$ nên có thể tích bằng $\dfrac{4}{3}\pi(3a)^3=36\pi a^3$. □

Câu 10. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-1}{3x+3}$ lần lượt có phương trình là

A. $y=6$ và $x=-1$.
B. $y=2$ và $x=1$.
C. $y=6$ và $x=3$.
D. $y=2$ và $x=-1$.

Lời giải. Đáp án đúng D. Hàm số $y=\dfrac{6x-1}{3x+3}$ có đồ thị (C), tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=2$ nên tiệm cận ngang của (C) có phương trình là $y=2$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to-1^+}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^-}y=+\infty$ nên tiệm cận đứng của (C) có phương trình là $x=-1$. □

Câu 11. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a\,;\,b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(x)-f'(x)=0,\forall x\in(a\,;\,b)$.
B. $F'(x)-f(x)=0,\forall x\in(a\,;\,b)$.
C. $F'(x)+f(x)=0,\forall x\in(a\,;\,b)$.
D. $F(x)+f'(x)=0,\forall x\in(a\,;\,b)$.

Lời giải. Đáp án đúng B. Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a\,;\,b)$
nên $F'(x)=f(x),\forall x\in(a\,;\,b)\Leftrightarrow F'(x)-f(x)=0,\forall x\in(a\,;\,b)$. □

Câu 12. Cho phương trình $\log_2 x = a$, với a là tham số thực. Phương trình đã cho có tập nghiệm là

(A) $\{\log_a 2\}$. (B) 2^a. (C) $\{2^a\}$. (D) $\{\log_2 a\}$.

....

Lời giải. Đáp án đúng (C). $\log_2 x = a \Leftrightarrow x = 2^a$. Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $\{2^a\}$.

□

Câu 13. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$ là

(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

....

Lời giải. Đáp án đúng (D). Ta có $f'(x) = (x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua chỉ tại một điểm -1.

Vậy hàm số đã cho chỉ có một điểm cực trị. □

Câu 14. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

....

Lời giải. Đáp án đúng (C). Ta có $a, b > 0$ thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 4a^3 \Leftrightarrow 2^{2\log_2(a^2b)} = 4a^3 \Leftrightarrow 2^{\log_2(a^2b)^2} = 4a^3$

$\Leftrightarrow a^4b^2 = 4a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

□

Câu 15. Cho mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $4a,\ 4a,\ 2a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (T) bằng

(A) $36\pi a^3$. (B) $108\pi a^3$. (C) $9\pi a^3$. (D) $27\pi a^3$.

....

Lời giải. Đáp án đúng (A). Hình hộp chữ nhật đã cho có đường chéo bằng $\sqrt{(4a)^2 + (4a)^2 + (2a)^2} = 6a$.

Vì các đường chéo của hình hộp chữ nhật cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, nên bán kính của mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho là $R = \dfrac{1}{2} \cdot 6a = 3a$.

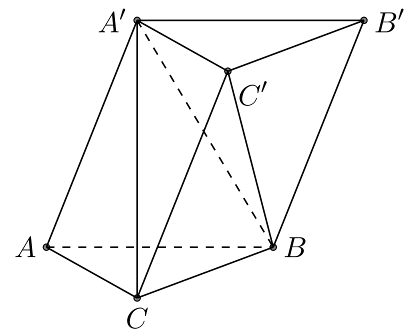
Vậy thể tích của của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (T) bằng $\dfrac{4}{3} \cdot \pi(3a)^3 = 36\pi a^3$. □

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, khối tứ diện $A'BCC'$ có thể tích là V_1. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{6}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{1}{4}$.

....

Lời giải. Đáp án đúng (C).



Gọi V_2, V_3 lần lượt là thể tích của khối tứ diện $A'ABC, A'BB'C'$. Ta có $V_1 + V_2 + V_3 = V \Leftrightarrow V_1 = V - V_2 - V_3$.
Mà $V_2 = \frac{1}{3}d(A', (ABC)).S = \frac{V}{3}$; với S là diện tích của $\triangle ABC$. Tương tự $V_3 = \frac{V}{3}\cdot$
Vậy $V_1 = \frac{V}{3}\cdot$ Do đó $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}\cdot$ □

Câu 17. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$ và $y = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 3$ là

A 0. B 2. C 3. D 1.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng C. Ta có $y = x^3 - 2x^2 + 3$ có đồ thị là (C) và $y = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 3$ có đồ thị là (D).
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (D) là $x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 3 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0$ (1).
Vì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt nên (C) và (D) có 3 giao điểm. □

Câu 18. Nếu $(1\ ;\ 0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx$ (a, b là tham số thực) thì $a - b$ bằng

A -1. B 1. C -3. D 3.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng C. Hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx$ có đồ thị (C), tập xác định $D = \mathbb{R}, y' = 3x^2 + 2ax + b$.
Vì $(1\ ;\ 0)$ là điểm cực trị của (C) nên $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$ · Kiểm tra thỏa mãn. □

Câu 19. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-6x} = 3$ bằng

A 6. B -3. C -6. D 3.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng A. Ta có $3^{x^2-6x} = 3 \Leftrightarrow 3^{x^2-6x} = 3^1 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 1 = 0$ (1).
Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu vì $1.(-1) < 0$ và tổng của hai nghiệm bằng 6. □

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty\ ;\ +\infty)$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 7$ bằng

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

A 1. B 3. C 2. D 0.

Lời giải. Đáp án đúng (A). Ta có $2f(x) = 7 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{7}{2}$ (1).

Đường thẳng $y = \dfrac{7}{2}$ cắt đồ thị của hàm số đã cho chỉ tại 1 điểm.

Nên số nghiệm thực của phương trình (1) bằng 1. □

Câu 21. Số tiệm cận đứng và số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$ lần lượt là

(A) 1 và 1. (B) 2 và 1. (C) 1 và 2. (D) 0 và 2.

Lời giải. Đáp án đúng (A). Hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$ có đồ thị (C), tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{1\,;\,2\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to 1} y = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2}{x-2} = -2$

và $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x-2}{x^2-3x+2} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x-2}{x^2-3x+2} = -\infty$

nên (C) chỉ có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Vì $\lim\limits_{x\to -\infty} y = 0$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} y = 0$ nên (C) chỉ có tiệm cận ngang là $y = 0$. □

Câu 22. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$) là

(A) $36\sqrt{2}\,a^3$. (B) $6\sqrt{2}\,a^3$. (C) $72\sqrt{2}\,a^3$. (D) $108\sqrt{2}\,a^3$.

Lời giải. Đáp án đúng (A). Đáy của khối chóp đã cho có diện tích bằng $(6a)^2 = 36a^2$ và đường chéo bằng $6a\sqrt{2}$.

Chiều cao của khối chóp đã cho bằng $\sqrt{(6a)^2 - (3a\sqrt{2})^2} = 3a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng $\dfrac{1}{3}3a\sqrt{2}.36a^2 = 36\sqrt{2}\,a^3$. □

Câu 23. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[0\,;\,1]} y + \max\limits_{[0\,;\,1]} y = 7$. Tham số thực m thuộc tập nào dưới đây?

(A) $[6\,;\,+\infty)$. (B) $(-\infty\,;\,-2)$. (C) $[0\,;\,6)$. (D) $[-2\,;\,0)$.

Lời giải. Đáp án đúng (C). Hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+1}$ liên tục trên $[0\,;\,1]$, $y' = \dfrac{2-m}{(x+1)^2}$.

- Nếu $m \neq 2$ thì $\min\limits_{[0\,;\,1]} y + \max\limits_{[0\,;\,1]} y = 7 \Leftrightarrow y(0) + y(1) = 7 \Leftrightarrow m + \dfrac{m+2}{2} = 7 \Leftrightarrow m = 4$.

- Nếu $m = 2$ thì $y = 2$, $\forall x \neq -1$ khi đó $\min\limits_{[0\,;\,1]} y + \max\limits_{[0\,;\,1]} y = 4$ (không thỏa).

Vậy chỉ có $m = 4$ thỏa mãn. □

Câu 24. Tìm diện tích xung quanh của khối nón có chiều cao bằng $8a$, thể tích bằng $96\pi a^3$, với $0 < a \in \mathbb{R}$.

(A) $120\pi a^2$. (B) $60\pi a^2$. (C) $30\pi a^2$. (D) $80\pi\sqrt{7}a^2$.

Lời giải. Đáp án đúng (B). Gọi r, l lần lượt là bán kính đáy, đường sinh của khối nón đã cho.
Thể tích khối nón đã cho là $\frac{1}{3}\pi r^2.8a = 96\pi a^3 \Rightarrow r = 6a \Rightarrow l = \sqrt{(8a)^2 + (6a)^2} = 10a$.
Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng $\pi 6a.10a = 60\pi a^2$. □

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2 + x^2)$ là

(A) $y' = \dfrac{1}{(2 + x^2)\ln 3}$. (B) $y' = \dfrac{2x\ln 3}{2 + x^2}$. (C) $y' = \dfrac{2x}{(2 + x^2)\ln 3}$. (D) $y' = \dfrac{2x}{2 + x^2}$.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (C). Ta có $y = \log_3(2 + x^2) \Rightarrow y' = \dfrac{(2 + x^2)'}{(2 + x^2)\ln 3} = \dfrac{2x}{(2 + x^2)\ln 3}$. □

Câu 26. Nếu đặt $t = \log_2 x$ (với $0 < x \in \mathbb{R}$) thì phương trình $4(\log_2 x)^2 - \log_2(8x) + 3 = 0$ trở thành phương trình nào dưới đây?

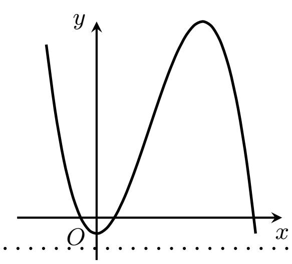
(A) $4t^2 - t = 0$. (B) $4t^2 + t = 0$. (C) $4t^2 - t - 6 = 0$. (D) $4t^2 - t + 6 = 0$.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (A). Ta có $4(\log_2 x)^2 - \log_2(8x) + 3 = 0$ (1), với $0 < x \in \mathbb{R}$.
(1) $\Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2 - \log_2 x = 0$ (2). Đặt $t = \log_2 x$.
Vậy (2) trở thành $4t^2 - t = 0$. □

Câu 27. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$; với x là biến số thực; a, b, c, d là hằng số thực. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.



. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (A). Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là (C), tập xác định là $\mathbb{R}$, $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
Từ (C) có $a < 0$ và (C) cắt Oy tại điểm $(0\,;\,d) \Rightarrow d < 0$.
Vì (C) có điểm cực tiểu thuộc Oy nên $y'(0) = 0 \Leftrightarrow c = 0$. Vậy $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \dfrac{-2b}{3a}$.
Mặt khác từ (C) có $\dfrac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$. □

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình bên. Hàm số $f(2 - 3x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

(A) $(1\,;\,2)$. (B) $(-\infty\,;\,-2)$. (C) $(2\,;\,+\infty)$. (D) $(0\,;\,1)$.

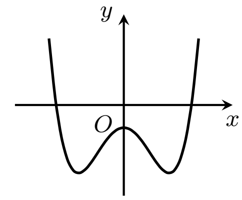
. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (C). Hàm số $y = f(2 - 3x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, $y' = -3f'(2 - 3x)$.

Vậy $y' < 0 \Leftrightarrow f'(2 - 3x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 - 3x < -2 \\ 0 < 2 - 3x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{1}{3} < x < \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên $(2\,;\,+\infty)$. □

Câu 29. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; với x là biến số thực; a, b, c là ba hằng số thực, $a \neq 0$. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 1 = 0$ bằng



(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 4.

Lời giải. Đáp án đúng (A). Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ liên tục trên $\mathbb{R}$, gọi đồ thị là (C).

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$ (1).

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 1$.

Từ đồ thị (C) có đường thẳng $y = 1$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt nên phương trình (1) có 2 nghiệm thực. □

Câu 30. Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+m}$ đồng biến trên $(-\infty\,;\,-2)$ là

(A) $(1\,;\,2)$. (B) $[2\,;\,+\infty)$. (C) $[1\,;\,2)$. (D) $(1\,;\,2]$.

Lời giải. Đáp án đúng (D). Hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-m\}$, $y' = \dfrac{m-1}{(x+m)^2}$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty\,;\,-2) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1>0 \\ -m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 2$. □

Câu 31. Số nghiệm thực của phương trình $3^x(4^x - 2^{x+2}) = 0$ bằng

(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Lời giải. Đáp án đúng (D). Vì $3^x > 0, \forall \in \mathbb{R}$

nên $3^x(4^x - 2^{x+2}) = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2^{x+2} = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^{x+2} \Leftrightarrow 2x = x + 2 \Leftrightarrow x = 2$. □

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{x^2+1}$ có phương trình là

(A) $y = 1$. (B) $y = -1$. (C) $x = 0$. (D) $y = 0$.

Lời giải. Đáp án đúng (D). Hàm số $y = x + \sqrt{x^2+1}$ có đồ thị (C), tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-1}{x - \sqrt{x^2+1}} = 0$.

Vậy (C) chỉ có tiệm cận ngang là $y = 0$. □

Câu 33. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2+3)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

(A) 8. (B) 0. (C) 6. (D) 7.

Lời giải. Đáp án đúng (D). Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2+3)x$ có tập xác định là $\mathbb{R}, y' = 3x^2 - 4mx + m^2 + 3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 - 3(m^2+3) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$.

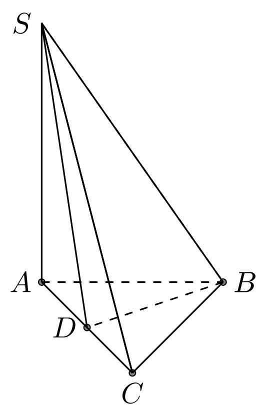
Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn. $\square$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a\sqrt{2}$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A 30°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 90°.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng **A**.



Gọi D là trung điểm của $AC \Rightarrow BD \perp AC$ và $BD = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (vì $\triangle ABC$ đều).

Mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BD$. Vậy $BD \perp (SAC)$

Từ đó góc giữa đường thẳng SB và (SAC) là $\widehat{BSD}$ và $BD \perp SD$.

$\triangle SAB$ vuông tại A có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(2a\sqrt{2})^2 + (2a)^2} = 2a\sqrt{3}$.

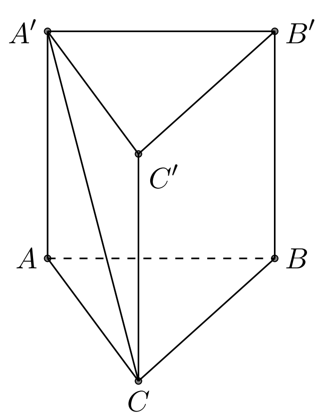
$\triangle SBD$ vuông tại D có $\sin \widehat{BSD} = \dfrac{BD}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSD} = 30^\circ$. $\square$

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 6a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $216\sqrt{3}\,a^3$. **B** $108a^3$. **C** $108\sqrt{3}\,a^3$. **D** $36\sqrt{3}\,a^3$.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng **C**.



Vì $A'A \perp (ABC)$ nên góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'CA} = 60^\circ$.

$\triangle A'AC$ vuông tại A có $A'A = AC.\tan\widehat{A'CA} = 6a\tan 60^\circ = 6a\sqrt{3}$.

$\triangle ABC$ vuông cân tại A, $AB = 6a$ nên có diện tích bằng $\dfrac{AB.AC}{2} = \dfrac{6a.6a}{2} = 18a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $6a\sqrt{3}\,18a^2 = 108\sqrt{3}\,a^3$. □

Câu 36. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[1\,;\,3]$ bằng 3. Tham số thực m bằng

A. 19. B. 3. C. -19. D. -10.

Lời giải. Đáp án đúng A. Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + m$ liên tục trên $D = [1\,;\,3]$.

$y' = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4), y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin D \\ x = -2 \notin D \\ x = 2 \end{array}\right.$

$y(1) = -7 + m, y(3) = 9 + m, y(2) = -16 + m$.

Vậy $\min\limits_{D} y = -16 + m = 3 \Leftrightarrow m = 19$. □

Câu 37. Hàm số $y = x^3 - mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi và chỉ khi giá trị của tham số thực m bằng

A. 3. B. -3. C. -12. D. 12.

Lời giải. Đáp án đúng A. Hàm số $y = x^3 - mx^2$ xác định trên $\mathbb{R}$ có $y' = 3x^2 - 2mx$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $y'(2) = 0 \Leftrightarrow 12 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Ngược lại khi $m = 3$ thì hàm số đã cho có $y'' = 6x - 6 \Rightarrow y''(2) = 6 > 0$.

Vậy chỉ có $m = 3$ thỏa mãn. □

Câu 38. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là

A. $y' = \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$. B. $y' = \dfrac{1}{x^2+1}$. C. $y' = \dfrac{2x}{\ln(x^2+1)}$. D. $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải. Đáp án đúng D. Ta có $y = \ln(x^2+1) \Rightarrow y' = \dfrac{(x^2+1)'}{x^2+1} = \dfrac{2x}{x^2+1}$. □

Câu 39. Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}$ bằng

A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải. Đáp án đúng B. Hàm số $y = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}$ có tập xác định là $D = [-3\,;\,3] \setminus \{1\}$, gọi đồ thị là (C).

Từ D suy ra (C) không có tiệm cận ngang.

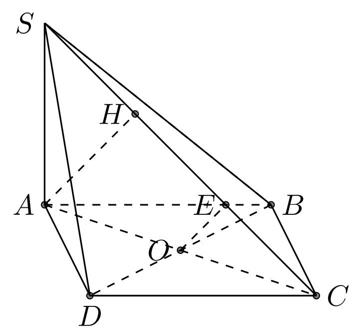
Ta có $\lim\limits_{x\to -3^+} y = 0$, $\lim\limits_{x\to 3^-} y = 0$, $\lim\limits_{x\to 1^-} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^+} y = -\infty$;

Vậy (C) chỉ có một tiệm cận đứng là $x = 1$. □

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, $SA = 2a\sqrt{2}$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

(A) a. (B) $a\sqrt{2}$. (C) $2a$. (D) $\frac{a}{2}$.

Lời giải. Đáp án đúng (A).



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ mà $BD \perp AC$. Vậy $BD \perp (SAC)$.

Vẽ $OE \perp SC, E \in SC \Rightarrow OE \perp BD$.

Từ đó OE là đoạn vuông góc chung của BD và SC hay $d(BD\,;\,SC) = OE$.

Vẽ $AH \perp SC, H \in SC \Rightarrow OE = \frac{AH}{2}$.

$\triangle SAC$ vuông tại A có đường cao $AH = \frac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a\sqrt{2}.2a\sqrt{2}}{\sqrt{(2a\sqrt{2})^2 + (2a\sqrt{2})^2}} = 2a$.

Do đó $OE = a$. □

Câu 41. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$) là

(A) $144\pi a^2$. (B) $72\pi a^2$. (C) $18\pi a^2$. (D) $36\pi a^2$.

Lời giải. Đáp án đúng (B). Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bằng $6a$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow OA = OB = OC = OD = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{6a\sqrt{2}}{2} = 3a\sqrt{2}$.

Vì $SA = BA = SC = BC$ nên $\triangle SAC = \triangle BAC$. Vậy $\triangle SAC$ vuông tại S.

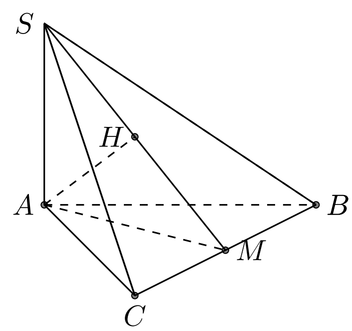
Từ đó $OS = OA = OC$ nên $OA = OB = OC = OD = OS$.

Vậy mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có tâm O bán kính $R = OA = 3a\sqrt{2}$ nên có diện tích bằng $4\pi R^2 = 72\pi a^2$. □

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 4a$, $SA = 2a\sqrt{2}$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $3a$. (B) a. (C) $2a$. (D) $a\sqrt{2}$.

Lời giải. Đáp án đúng (C).



Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$ (vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A).

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$. Vậy $BC \perp (SAM)$.

$BC = AB\sqrt{2} = 4a\sqrt{2} \Rightarrow AM = \dfrac{BC}{2} = 2a\sqrt{2}$,

Mà $SA = 2a\sqrt{2}$. Vậy $\triangle SAM$ vuông cân tại A.

Gọi H là trung điểm của $SM \Rightarrow AH \perp SM$. Từ đó $AH \perp (SBC)$.

Do đó $d(A\,;\,(SBC)) = AH = \dfrac{SM}{2} = \dfrac{SA\sqrt{2}}{2} = 2a$. □

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 - x^2) \geq 1$ là

A $(-\infty\,;\,1]$. **B** $(-1\,;\,1)$. **C** $[-1\,;\,1]$. **D** $[0\,;\,1]$.

Lời giải. Đáp án đúng **C**. $\log_2(3 - x^2) \geq 1 \Leftrightarrow \log_2(3 - x^2) \geq \log_2 2 \Leftrightarrow 3 - x^2 \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-1\,;\,1]$.
□

Câu 44. Một hãng xe ô tô năm 2020 niêm yết giá bán xe V là 800 triệu đồng và có kế hoạch trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo kế hoạch năm 2025 hãng xe nói trên niêm yết giá bán xe V (làm tròn đến chữ số hàng triệu) là

A 722 triệu đồng. **B** 724 triệu đồng. **C** 723 triệu đồng. **D** 708 triệu đồng.

Lời giải. Đáp án đúng **C**. Đặt $A = 800$ triệu đồng, $r = 2\% = 0,02$.
Vì năm 2020 giá bán xe V là A và mỗi năm giá bán xe giảm $r = 2\%$ so với giá bán của năm liền trước nên:

Giá bán xe V năm 2021 là $A - Ar = A(1 - r)$.

Giá bán xe V năm 2022 là $A(1 - r) - A(1 - r)r = A(1 - r)^2$.

Tương tự, giá bán xe V năm 2025 là $A(1 - r)^5 = 800(1 - 0,02)^5 \approx 723$ triệu đồng. □

Câu 45. Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$ đồng biến trên $(1\,;\,+\infty)$ là

A $(-\infty\,;\,2)$. **B** $(-\infty\,;\,1)$. **C** $(-\infty\,;\,0]$. **D** $(-\infty\,;\,1]$.

Lời giải. Đáp án đúng **D**. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$ xác định trên $D = (1\,;\,+\infty)$, $y' = 3x^2 - 6mx + 3m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $D \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m(2x - 1) \leq x^2, \forall x \in D \Leftrightarrow m \leq \dfrac{x^2}{2x - 1}; \forall x \in D$ (1).

Hàm số $f(x) = \dfrac{x^2}{2x - 1}$ xác định trên D, $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 2x}{(2x - 1)^2} > 0, \forall x \in D \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên D.

Từ đó (1) $\Leftrightarrow m \le f(1) \Leftrightarrow m \le 1$. $\square$

Câu 46. Một trang trại cần xây một bể chứa nước hình hộp chữ nhật bằng gạch, không nắp (ở phía trên); biết bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và thể tích (phần chứa nước) bằng 8 m^3. Hỏi chiều cao của bể gần nhất với kết quả nào dưới đây để số lượng gạch dùng xây bể là nhỏ nhất?

Ⓐ $1,3$ m. Ⓑ $1,2$ m. Ⓒ $1,1$ m. Ⓓ $1,8$ m.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng Ⓑ. Gọi x (m), h (m) lần lượt là chiều rộng, chiều cao của bể; điều kiện $x, h > 0$.

Vậy chiều dài của bể là $2x$ (m). Thể tích của bể là $2x^2h = 8 \Leftrightarrow h = \dfrac{4}{x^2}$.

Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy (dưới) của bể là $S = 6xh + 2x^2 = \dfrac{24}{x} + 2x^2$.

Số lượng gạch dùng xây bể là nhỏ nhất $\Leftrightarrow S$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM có $S = \dfrac{24}{x} + 2x^2 = \dfrac{12}{x} + \dfrac{12}{x} + 2x^2 \ge 3\sqrt[3]{\dfrac{12}{x} \cdot \dfrac{12}{x} \cdot 2x^2} = 6\sqrt[3]{36}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{6} \Leftrightarrow h = \dfrac{4}{\sqrt[3]{36}}$.

Vậy $\min S = 6\sqrt[3]{36}$, đạt được $\Leftrightarrow h = \dfrac{4}{\sqrt[3]{36}} \approx 1,2$ (m). $\square$

Câu 47. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD bằng

Ⓐ $9\pi a^2$. Ⓑ $12\sqrt{3}\,\pi a^2$. Ⓒ $12\pi a^2$. Ⓓ $9\sqrt{3}\,\pi a^2$.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng Ⓐ. Hình nón đã cho có bán kính đáy $r = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{6a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,a$,

Đường sinh $l = AE = \dfrac{6a\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,a$, với E là trung điểm của BC. Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi\sqrt{3}\,a.3\sqrt{3}\,a = 9\pi a^2$. $\square$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x+2) - 1|$ bằng

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Ⓐ 4. Ⓑ 5. Ⓒ 3. Ⓓ 6.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng Ⓑ. Từ giả thiết suy ra hàm số $y = f(x+2) - 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Vậy số điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x) = |f(x+2) - 1|$ bằng 5.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

$\square$

Câu 49. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m^2 - 2m)x$ có cực tiểu là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (A). Hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m^2 - 2m)x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
$y' = 3x^2 - 2mx + m^2 - 2m$.
Vậy hàm số đã cho có cực tiểu $\Leftrightarrow y'$ có nghiệm và đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi x đi qua nghiệm này từ trái sang phải

$\Leftrightarrow 3x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 3(m^2 - 2m) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 6m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 3$. □

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2 + (m^3 - m)x \geq m \ln(x^2 + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x?

(A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (A). Ta có $x^2 + (m^3 - m)x \geq m \ln(x^2 + 1) \Leftrightarrow x^2 + (m^3 - m)x - m \ln(x^2 + 1) \geq 0$ (1).

Hàm số $f(x) = x^2 + (m^3 - m)x - m \ln(x^2 + 1)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, gọi đồ thị là (C).

$f'(x) = 2x + m^3 - m - \dfrac{2mx}{x^2 + 1}$·

Vì (1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên các điểm của (C) nằm phía trên hoặc thuộc Ox.

Mà $(0\,;\,0) \in (C)$.

Vậy (C) tiếp xúc với $Ox \Rightarrow f'(0) = 0 \Leftrightarrow m^3 - m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{array}\right.$. Kiểm tra đều thỏa mãn. □
